**** IVANA SRAGA ****

ZBIRKA
POTPUNO RIJEŠENIH ZADATAKA
PRIRUČNIK ZA SAMOSTALNO UČENJE

FIZIKA

1

POTPUNO RIJEŠENI
ZADACI PO ŽUTOJ ZBIRCI

INTERNA SKRIPTA
CENTRA ZA PODUKU

M.I.M.-SRAGA

$\sqrt{\alpha}$

MEHANIKA

1. MJERENJE

1.1. $d = 0{,}12\ mm = 0{,}12 : 1000 = 0{,}00012\ m = 1{,}2 \cdot 10^{-4}\ m$

1.2. $R = 6370\ km = 6370 \cdot 1000 = 6370000\ m = 6{,}37 \cdot 10^{6}\ m$

1.3. $\lambda = 4{,}471 \cdot 10^{-4} mm = 4{,}471 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-1} = 4{,}471 \cdot 10^{-5} cm$

$4{,}471 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-2} = 4{,}471 \cdot 10^{-7}\ m$

PRAVILO: KOD PRETVARANJA JEDINICA, KADA IDEŠ IZ VEĆE JEDINICE U MANJU MNOŽI VRIJEDNOSTI I OBRNUTO, KADA IDEŠ IZ MANJE U VEĆU JEDINICU DJELI TE ISTE VRIJEDNOSTI.

→→→→→→ MNOŽI

$km \xrightarrow{\cdot 1000} m \xrightarrow{\cdot 10} dm \xrightarrow{\cdot 10} cm \xrightarrow{\cdot 10} mm$

←←←←←←← DJELI

1.4. $d = 150\,000\,000\ km = 1{,}5 \cdot 10^{8} km$

$1{,}5 \cdot 10^{8} km \cdot 1000 = 1{,}5 \cdot 10^{8} \cdot 10^{3} = 1{,}5 \cdot 10^{8+3} = 1{,}5 \cdot 10^{11} m$

1.5. t = 1 godina

1 godina · 365 = 365 dana

365 dana · 24 = 8760 sati

8760 sati · 60 = 525600 min

525600 min · 60 = 31536000 s = $3{,}1536 \cdot 10^{7}$ s

PRAVILO: 1 GODINA IMA 365 DANA
1 DAN IMA 24 SATA
1 SAT IMA 60 MINUTA
1 MINUTA IMA 60 SEKUNDI

POSTOJI PRAVILO: AKO ISPRED 10^{n} STOJI BROJ KOJI JE VEĆI OD $\sqrt{10} \approx 3{,}16$, RED VELIČNE POSTAJE 10 PUTA VEĆI

1.6. C (brzina svjetlosti) $= 3 \cdot 10^{8} \frac{m}{s}$

t = 1 godina $= 1 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 31536000\ s = 3{,}1536 \cdot 10^{7} s$

s (godina svjetlosti) = ?

$s = c \cdot t = 3 \cdot 10^{8} \frac{m}{s} \cdot 3{,}1536 \cdot 10^{7} s = 9{,}4608 \cdot 10^{15} m = 10 \cdot 10^{15} = 10^{16} m$

$9{,}46 > \sqrt{10}$

1.7. $r = 4{,}4\ 10^{9} \cdot 1\ km = 4{,}4 \cdot 10^{9} \cdot 10^{3} m = 4{,}4 \cdot 10^{12} = 10^{13} m$

4,4 JE VEĆE OD $\sqrt{10}$

1.8. s (udaljenost) $= 10^{22} m$

c (brzina svjetlosti) $= 3 \cdot 10^{8} \frac{m}{s}$

t (godina svjetlosti) = ?

$t = 3{,}3 \cdot 10^{13} s = 3{,}3 \cdot 10^{13} : 3.600 : 24 : 365 = 1{,}06 \cdot 10^{6}$ godina

1.9.

λ (valna duljina) $= 1{,}5 \cdot 10^{-6}$ do $10^{-8} mm = 1{,}5 \cdot 10^{-9}$ do $10^{-11} m$

$1{,}5 \cdot 10^{-6} mm : 1000 = 1{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-3} = 1{,}5 \cdot 10^{-9} m$

$10^{-8} mm : 1000 = 10^{-8} \cdot 10^{-3} = 10^{-11} m$

1.10. m (elektrona) $= 9{,}11 \cdot 10^{-31} kg = 10 \cdot 10^{-31} kg = 10^{-30} kg$

$9{,}11 > \sqrt{10}$

1.11.

```
  18,425
+  7,21
   5,0   →  najmanje decimalnih mjesta
 30,635  =  30,64 = 30,6 s obzirom na pouzdana mjesta
```

1.12. 70,3 cm = 703 mm
7 mm → najmanje decimalnih mjesta
0,66 m

```
  703    mm
+   7    mm
+   0,66 mm
  710,66 mm = 711mm
```

PRAVILO: SVE PODATKE MORAMO REDUCIRATI NA ONOLIKI BROJ DECIMALNIH MJESTA KOLIKO IH IMA PODATAK SA NAJMANJIM BROJEM DECIMALNIH MJESTA (KADA U ZADATKU TRAŽE POUZDANA MJESTA)

1.13. 12 m + 20 dm + 16 dm = ? 12 + 2,0 + 1,6 = 15,6 m = 16 m s obzirom na pouzdane znamenke

20 dm : 10 = 2,0 m

16 dm : 10 = 1,6 m

1.14. 34 kg − 0,2 kg = ?

34 − 0,2 = 33,8 kg = 34 kg s obzirom na pouzdana mjesta

1.15. 4,0 m − (632 mm + 148 mm) = ?

4,0 m − 780 mm = 4 m − 0,78 m = 3,22 m = 3,2 m s obzirom na pouzdana mjesta

1.16. a) 2,21 · 0,3 = 0,663 = 0,7 Prvi faktor ima dva, a drugi 1 decimalno mjesto. Umnožak ne smije imati više od jednog decimalnog mjesta te zato iznosi 0,7.

b) 2,02 · 4,113 = 8,30826 = 8,31

Prvi faktor ima 2, a drugo 3 decimalna mjesta. umnožak ne smije imati više od 2 decimalna mjesta.

1.17. 14,28 : 0,714 = 20 = 20,00 s obzirom na poudana mjesta

1.18. a) 0,032 : 0,0040 = 8 = 8,000 s obzirom na pouzdana mjesta

b) 97,52 : 2,54 = 38,3937 = 38,39 s obzirom na pouzdana mjesta

1.19. a = 208 mm = 20,8 cm

b = 15 cm

O = ?

P = ?

$O = 2\ (a + b) = 2 \cdot (20{,}8 + 15) = 2 \cdot 35{,}8 = 71{,}6\ cm = 72\ cm$

$P = a \cdot b = 20{,}8 \cdot 15 = 312\ cm^{2}$

1.20. 2r (promjer) = 4,4 mm

r (polumjer) = 2,2 mm

V (volumen) = ?

V (kugla) $= \frac{4}{3} r^{3} \pi$

$V = \frac{4}{3} \cdot 2{,}2^{3} \cdot 3{,}14 = \frac{4 \cdot 10{,}648 \cdot 3{,}14}{3} = 44{,}579626 = 44{,}6\ mm^{3}$

1.21. PRAVILO: SREDNJU VRIJEDNOST DOBIT ĆEMO TAKO DA ZBROJ SVIH IZMJERENIH PODATAKA PODIJELIMO BROJEM MJERENJA.

Broj mjerenja:	1	2	3	4	5
Podaci:	2,2mm	2,25mm	2,0mm	2,1mm	2,17mm

$\bar{d} = \frac{2{,}2 + 2{,}25 + 2{,}0 + 2{,}1 + 2{,}17}{5} = \frac{10{,}75}{5} = 2{,}144\ mm = 2{,}1\ mm$

s obzirom na pouzdana mjesta

JEDNOLIKO GIBANJE DUŽ PRAVCA

GIBANJE DUŽ PRAVCA JE GIBANJE KOD KOJEGA JE PUTANJA PRAVAC. DULJINA DIJELA PUTANJE ŠTO GA TIJELO PRIJEDJE ZOVE SE PUT A OZNAČAVA SE OBIČNO SLOVOM s (malo slovo) I MJERI SE JEDINICAMA ZA DULJINU (m, dm, cm, mm, km). VRIJEME OZNAČAVAMO SLOVOM t I MJERIMO JEDINICAMA ZA VRIJEME (s, min, h).

ZA OPISIVANJE GIBANJA UVODIMO POJAM SREDNJE BRZINE $\bar{v}$. SREDNJA BRZINA JE OMJER PUTA I VREMENA ZA KOJ JE TAJ PUT PRIJEDJEN:

$\bar{v} = \frac{s}{t}$ tj. $\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ Δ (delta) malene dijelove puta odnosno vremena označavamo velikim grčkim slovom delta Δ.

TRENUTNA, PRAVA BRZINA ILI SAMO BRZINA NA NEKOM MJESTU PUTANJE OMJER JE PREVAJENOG PUTA U NEIZMJERNOM MALOM INTERVALU VREMENA I TOG INTERVALA VREMENA. BRZINU OZNAČAVAMO MALIM SLOVOM v I MJERIMO JEDINICAMA ZA BRZINU $^{m}/_{s}$ ILI $^{km}/_{h}$

S = PUT (m, cm, km ....)

t = VRIJEME (s, min, h ....)

v = BRZINA ($\frac{m}{s}$, $\frac{km}{h}$)

$\bar{v}$ = SREDNJA BRZINA ($\frac{m}{s}$. $\frac{km}{h}$)

Δ = INTERVAL

$\Delta s = s_2 - s_1$ → početni put (s_1); ↓ krajnji put (s_2)

$\Delta t = t_2 - t_1$ → početno vrijeme (t_1); ↓ krajnje vrijeme (t_2)

PRETVARANJE JEDINICA

– JEDINICE DULJINE MNOŽI → km $\xrightarrow{1000}$ m $\xrightarrow{10}$ dm $\xrightarrow{10}$ cm $\xrightarrow{10}$ mm ← DJELI

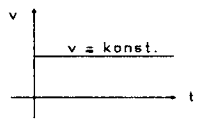
– JEDINICE VREMENA MNOŽI → godina $\xrightarrow{365}$ dan $\xrightarrow{24}$ sat $\xrightarrow{60}$ minuta $\xrightarrow{60}$ sekunda ← DJELI

– JEDINICE BRZINE $X \frac{km}{h} = X \cdot \frac{1000}{3600}\ ^{m}/_{s}$

$X \frac{m}{s} = X : \frac{1000}{3600} = X \cdot \frac{3600}{1000} \frac{km}{h}$

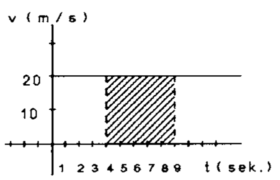
KADA KOD NEKOG GIBANJA DUŽ PRAVCA UOČIMO DA JE NA SVAKOM DIJELU PUTA, PA I NEIZMJERNOM MALENOM, OMJER PUTA I VREMENA JEDNAK, ONDA JE GIBANJE JEDNOLIKO.

GRAFIKONI JEDNOLIKOG GIBANJA

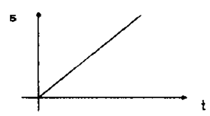


– GRAFIČKI PRIKAZ OVISNOSTI BRZINE O VREMENU JE PRAVAC PARALELAN S VREMENSKOM OSI.

NA SLICI PRIKAZAN JE GRAFIKON BRZINE JEDNOLIKOG GIBANJA AKO JE BRZINA 20 $^{m}/_{s}$ U VREMENSKOM INTERVALU OD 0 – 10 sekundi.

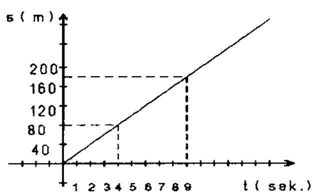


Na istom grafikonu možeo uočti i koliki je prijedjeni put u nekom vremenskom intervalu. Ako za nas primjer želimo odrediti put što ga tijelo prijedje izmedju 4. i 9. sekunde možemo pisati; $s = v \cdot t = 20 \cdot 5 = 100$ m. Na grafikonu je to površina osjenčanog pravokutnika kojemu su stranicr 5 sek. i 20 $^{m}/_{s}$, a površina pravokutnika ($P = a \cdot b$), $5s \cdot 20\ ^{m}/_{s} = 100$ m predstavlja put. Tako s pomoću grafikona brzine možemo odrediti i prijedjeni put u nekom vremenskom intervalu. Put je odredjen veličinom povrŝine pravokutnika koji je odredjen dijelom osi apcise koji pripada vremenskom intervalu u kojem odredjujemo put, dijelom grafičkog prikaza brzine koji pripada tom vremenskom intervalu i ordinatama krajnjih točaka zbog dijela grafičkog prikaza brzine.



– GRAFIČKI PRIKAZ OVISNOSTI PUTA O VREMENU je pravac koji prolazi ishodištem

Kako se iz izraza za put $s = v \cdot t$ vidi, put je linearna funkcija vremena. To znači da će grafički prikaz puta kao funkcija vremena biti pravac kroz ishodište nagibom prema osi vremena, a nagib je ovisan o brzini v.



Za $v = 20\ ^{m}/_{s}$ nacrtan je grafički prikaz. Na slici vidimo pravac $s = 20 \cdot t$. Iz slike vidimo da je za $t = 4$ sek put 80 m jer $s = v \cdot t = 20 \cdot 4 = 80$ m, a za $t = 9$ sek put 180 m jer $s = v \cdot t = 20 \cdot 9 = 180$ m. Znači da je za vrijeme izmedju 4. i 9. sekunde tijelo prešlo put 180 m – 80 m = 100 m. Isti rezultat dobili smo i pomoću grafikona brine.

1.22. $s = 6\ m$

$t = \frac{1}{100}\ s = 0{,}01\ s$

$v = ?$

$v = \frac{6\ m}{0{,}01\ s} = 600\ {}^{m}/_{s}$

1.23. $v = 800\ \frac{km}{h}$

$v = ?\ \frac{m}{s}$

$800\ \frac{km}{h} = 800 \cdot \frac{1000}{3600} = 222{,}22\ \frac{m}{s}$

1.24. $s = 1{,}3\ m$

$t = 1\ s$ (svake sek.)

$v = ?\ \frac{km}{h}$

$v = \frac{s}{t} = \frac{1{,}3\ m}{1\ s} = 1{,}3\ \frac{m}{s}$

$1{,}3\ \frac{m}{s} \cdot \frac{3600}{1000} = 4{,}68\ \frac{km}{h}$

1.25. t (ukupno) = 2s (vrijeme potrebno da zvuk ode do stijene i vrati se do uha čovjeka) → znači da vrijeme potrebno da zvuk dodje samo do stijene je polovica ukupnog vremena i iznosi 1 sek

$t = 1\ s$

$v = 340\ \frac{m}{s}$

$s = ?$ (udaljenost stijene od čovjeka)

$v = \frac{s}{t}\ / \cdot t$

$v \cdot t = s \qquad s = v \cdot t = 340\ m/s \cdot 1\ s = 340\ m$

1.26. $s = 3000$ milja $= 3000 \cdot 1852\ m = 5556000 = 5{,}556 \cdot 10^6\ m$

$t = 5$ dana i $20\ h = 5$ dana $\cdot 24 + 20\ h = 120\ h + 20\ h = 140\ h =$

$= 140 \cdot 3600 = 504000\ s = 5{,}04 \cdot 10^5\ s$

1 morska milja = 1852 m

1 čvor = 1 milja/h

$v = ?\ \frac{m}{s}$, čvorovi

$v = \frac{s}{t} = \frac{5{,}556 \cdot 10^6 m}{5{,}04\ s} = 11\ \frac{m}{s}$

1 čvor $= \frac{1\ \text{milja}}{1\ \text{sat}}$ →→→→ $v = \frac{3000\ \text{milja}}{140\ \text{sati}} = 21{,}429 = 21{,}43$ čvora

1.27. $v = 720\ \frac{m}{s}$

$s = 382400\ km = 3{,}824 \cdot 10^5\ km \cdot 1000 = 3{,}824 \cdot 10^8\ m$

$t = ?$

$v = \frac{s}{t}\ / \cdot t$

$v \cdot t = s\ / : v \qquad t = \frac{s}{v} = \frac{3{,}824 \cdot 10^8 m}{720\ {}^{m}/_{s}} = 531\,111{,}11\ s$

$t = 531\,111{,}11\ s : 60 = 8851{,}8518\ min = 8851{,}8518 : 60 = 147{,}53\ h$

$147{,}53\ h = 147\ h + 0{,}53\ h = 147\ h + 0{,}53 \cdot 60 = 147\ h + 31{,}8\ min = 147\ h$ i $32\ min$

1.28. **V** (volumen) $= 400\ m^3$

v (brzina) = 2 m/s

2 r (promjer) = 120 mm = 0,12 m

r (polumjer) = 0,006 m

$t = ?$

VOLUMEN VALJKA = POVRŠINA KRUGA · BRZINA · VRIJEME

$\mathbf{V} = P \cdot v \cdot t$

POVRŠINA KRUGA $P = r^2 \cdot \pi = 0{,}06 \cdot 3{,}14 = 0{,}011304\ m^2$

$t = \frac{\mathbf{V}}{P \cdot v} = \frac{400\ m^3}{0{,}011304\ m^2 \cdot 2\ {}^{m}/_{s}} = 17692{,}852$ sek

$t = 17692{,}892$ sek $: 3600 = 4{,}91\ h = 4\ h + 0{,}91\ h = 4\ h + 0{,}91 \cdot 60 = 4\ h + 54{,}6\ min =$

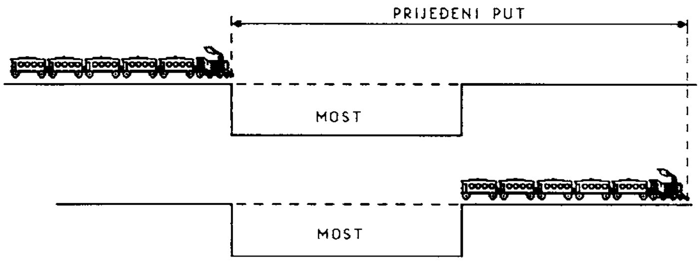
$= 4\ h$ i $55\ min$

1.29. L_1 (duljina mosta) = 80 m

L_2 (duljina vlaka) = 80 m

$v = 80\frac{km}{h} = 80\ \frac{km}{h} \cdot \frac{1000}{3600} = 22{,}22\ \frac{m}{s}$

$t = ?$



$v = \frac{s}{t}\ / \cdot t$

$v \cdot t = s\ / : v$

$t = \frac{s}{v} = \frac{L_1 + L_2}{v} = \frac{80\ m + 80\ m}{22{,}22\ {}^{m}/_{s}} = \frac{160\ m}{22{,}22\ {}^{m}/_{s}} = 7{,}2\ s$

OBJAŠNJENJE: $S = L_1 + L_2$ jer je most opterećen od trenutka nailaska vlaka kada prva točka dodje na most do trenutka kada zadnja točka zadnjeg vagona ne prijedje most . Promatrajmo put samo prve točke vlaka, ona predje most i predje dužinu cijelog vlaka dok zadnja točka ne predje most pa je $S = L_1 + L_2$

1.30. L_1 (duljina mosta) = 80 m

L_2 (duljina vlaka) = 100 m

$v = 2\ \frac{m}{s}$

$t = ?$

$v = \frac{s}{t} \quad / \cdot t$

$v \cdot t = s \quad / : v$

OBJAŠNJENJE $S = L_1 + L_2$ jer je most opterećen od trenutka kada prvi vojnik stupi na most do trenutka kada i zadnji vojnik prijeđe most.

$$t = \frac{s}{v} = \frac{L_1 + L_2}{v} = \frac{80\ m + 100\ m}{2\ m/s} = \frac{180\ m}{2\ m/s} = 90\ s = 90\ s : 60 = 1{,}5\ min$$

1.31. $r = 1{,}507 \cdot 10^8$ km (pošto se Zemlja vrti oko Sunca, njihova udaljenost predstavlja polumjer kružnice na kojoj se Zemlja vrti)

$t = 1$ god = 365,25 dana = $365{,}25 \cdot 24 \cdot 3600 = 31557600\ s = 3{,}16 \cdot 10^7\ s$

$\bar{v} = ?$

$s = 2 \cdot r \cdot \pi = 2 \cdot 1{,}507 \cdot 10^8\ km \cdot 3{,}14 = 2 \cdot 1{,}507 \cdot 10^{11}\ m \cdot 3{,}14 = 9{,}46396 \cdot 10^{11}\ m$ put predstavlja opseg kružnice jer Zemlja rotira oko Sunca.

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{9{,}46396 \cdot 10^{11}\ m}{3{,}16 \cdot 10^7\ s} = 2{,}994924 \cdot 10^4\ \frac{m}{s} = 29949\ \frac{m}{s} \approx 30\ \frac{km}{h}$$

1.32. $t = 2$ min = 2 min $\cdot$ 60 = 120 s

n (broj koraka) = 200

l (duljina koraka) = 70 cm = 70 : 100 = 0,7 m

$v = ?\ \frac{m}{s}$ i $\frac{km}{h}$

s = broj koraka $\cdot$ duljina jednog koraka

$s = n \cdot l = 200 \cdot 0{,}7\ m = 140\ m$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{140\ m}{120\ s} = 1{,}166\ \frac{m}{s} = 1{,}17\ \frac{m}{s}$$

$$v = 1{,}17\ \frac{m}{s} \cdot \frac{3600}{1000} = 4{,}212 = 4{,}2\ \frac{km}{h}$$

1.33. v (zvuka) = $340\ \frac{m}{s}$

$v = ?\ \frac{km}{h}$

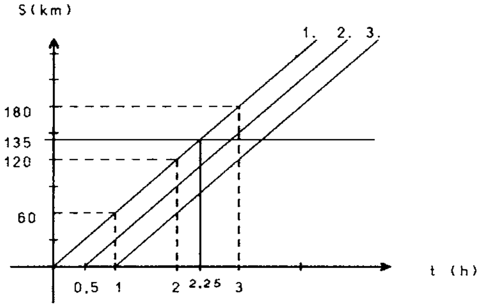
$$v = 340\ \frac{m}{s} \cdot \frac{3600}{1000} = 1224\ \frac{km}{h}$$

1.34. $\bar{v} = 60\ \frac{km}{h}$

s = 135 km

svkih pola sata kreće po 1 autobus

a) GRAFIČKI PRIKAZ ZAVISNOSTI PUTA OD VREMENA



ZADANA NAM JE SREDNJA BRZINA AUTOBUSA 60 km/h, TO ZNAČI DA AUTOBUS NA 60 KM TROŠI 1 h. ZATO U KOORDINATNOM SUSTAVU NA y OS NANOSIMO VRIJEDNOSTI ZA PUT U KM 60, 120, 180. NAŠ PUT JE 135 km TJ. TOČKI 135 km POVUČEMO HORIZONTALNU LINIJU. NA x OSI OZNAČIMO VRIJEDNOSTI 1, 2 I 3 h I SPAJAMO TOČKE 1 h I 60 km, 2 h I 120 km, 3 h I 180 km. POVUČEMO PRAVAC KROZ TE TRI DOBIVENE TOČKE I U TOČCI GDJE TAJ PRAVAC SIJEČE HORIZONTALNU CRTU (135 km) SPUSTIMO OKOMICU NA OSI x. TO JE TRAŽENO VRIJEME 2,25 h POTREBNO DA AUTOBUS PRIJEĐE PUT OD ZAGREBA DO LJUBLJANE DOBIVENO GRAFIČKI.

DOBILI SMO GRAFIČKI PRIKAZ ZAVISNOSTI PUTA OD VREMENA ZA PRVI AUTOBUS. GRAFIČKI PRIKAZ AUTOBUSA 2 I 3 ISTI JE KAO I ZA AUTOBUS 1 SAMO SU POMAKNUTI ZA 0,5 h.

b.) na idućoj stani

b) KOLIKA BI MORALA BITI BRZINA DRUGOG AUTOBUSA DA U LJUBLJANU STIGNE ISTODOBNO S PRVIM ?

POŠTO DRUGI AUTOBUS KREĆE POLA SATA KASNIJE OD PRVOG OČITO MORA BRŽE VOZITI DA BI ISTODOBNO STIGLI U LJUBLJANU . PRVO RAČUNSKI IZRAČUNAMO KOLIKO JE PRVOM AUTOBUSU POTREBNO VREMENA OD ZAGREBA DO LJUBLJANE PO FORMULI : $v = \frac{s}{t}$

$t_1 = \frac{s}{v_1} = \frac{135}{60} = 2{,}25\ h$. AUTOBUSU 1. POTREBNO JE 2,25 h, ŠTO ZNAČI DA AUTOBUS 2 TREBA 0,5 h MANJE VREMENA DA ZAJEDNO STIGNU U LJUBLJANU $t_2 = t_1 - 0{,}5 = 2{,}25 - 0{,}5 = 1{,}75\ h$ .BRZINA AUTOBUSA 2 JE $v_2 = \frac{s}{t_2} = \frac{135}{1{,}75} = 77{,}14 \approx 77\ \frac{km}{h}$

1.35. a) $\bar{v} = 75\ ^{km}/_{h}$

$t = 6\ h$

GRAFIČKI PRIKAZ S – t DIJAGRAMA – IZRAČUNAMO PUT ŠTO GA JE TIJELO PREŠLO ZA 6 h GIBAJUĆI SE BRZINOM $v = 75\ ^{km}/_{h}$ POMOĆU FORMULE: $\bar{v} = \frac{s}{t} \rightarrow s = v \cdot t = 75 \cdot 6 = 450\ km$

b) $v_1 = 100\ ^{km}/_{h}$

$v_2 = 50\ ^{km}/_{h}$

$t_1 = t_2 = 6\ h$

$s_1 = ?$

$s_2 = ?$

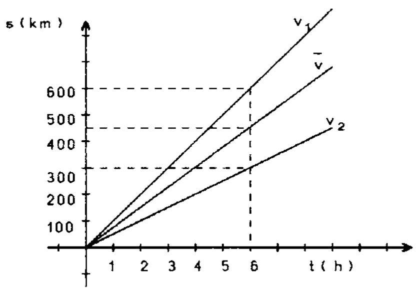
POMOĆU FORMULE $v = \frac{s}{t} \rightarrow s = \bar{v} \cdot t$

IZRAČUNAMO PUTEVE s_1 I s_2

$s_1 = v_1 \cdot t_1 = 100 \cdot 6 = 600\ km$

$s_2 = v_2 \cdot t_2 = 50 \cdot 6 = 300\ km$

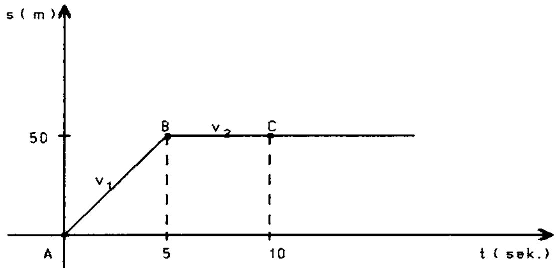
GRAFIČKI PRIKAZ S – t DIJAGRAMA



= DOBIVENA RJEŠENJA UNESEM U KOORDINATNI SUSTAV NA y OSI OZNAČIMO PUT U KM, A NA x OSI OZNAČIMO VRIJEME U (H) SATIMA. SPOJIMO TOČKE 6 h I 450 km I 6 h I 600 km I 6 h I 300 km. POVUČEMO PRAVAC KROZ ISHODIŠTE I KROZ SVAKU TOČKU.

1.36.

GRAF ZADAN U ZBIRCI:



S – t GRAFIKON POKAZUJE NEJEDNOLIKO GIBANJE. NEJEDNOLIKO GIBANJE JE GIBANJE KOD KOJEG SE BRZINA NEPRESTANO MIJENJA.

OVAJ GRAF PRIKAZUJE 2 RAZLIČITE BRZINE I TO

OD 0 – 5 SEKUNDE TIJELO SE GIBALO JEDNOLIKO BRZINOM

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_B - s_A}{t_B - t_A} = \frac{50 - 0}{5 - 0} = 10\ ^{m}/_{s}$$

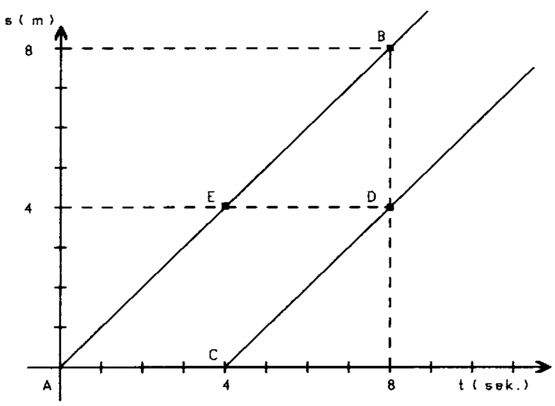
OD 5 – 10 SEKUNDE TIJELO SE NIJE GIBALO JER

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_C - s_B}{t_C - t_B} = \frac{50 - 50}{10 - 5} = \frac{0}{5} = 0\ ^{m}/_{s}$$

PUT ŠTO GA JE TIJELO PREŠLO ZA 3 s, 5 s I 9 sek. OČITAMO SAMO SA ORDINATNE OSI ŠTO PREDSTAVLJA PUT U METRIMA. ZNAČI TIJELO JE ZA 3 SEKUNDE PREŠLO PUT OD 30 m, ZA 5 s PUT OD 50 m I ZA 9 SEKUNDI PUT OD 50 METARA.

1.37.

GRAF ZADAN U ZBIRCI:



a) GRAFIKON PRIKAZUJE 2 JEDNOLIKA PRAVOCRTNA GIBANJA

b) DA BI ODREDILI BRZINE IZRAČUNAMO IH PO FORMULI $v = \frac{s}{t}$

$$v_1 = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_A - s_B}{t_A - t_B} = \frac{8 - 0}{8 - 0} = 1\ ^{m}/_{s}$$

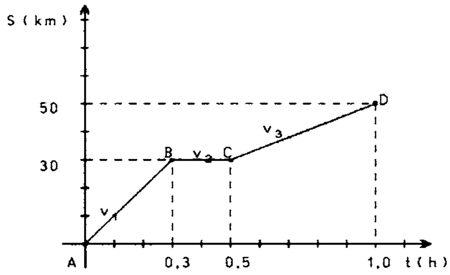
$$v_2 = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_D - s_C}{t_D - t_C} = \frac{4 - 0}{8 - 4} = 1\ ^{m}/_{s}$$

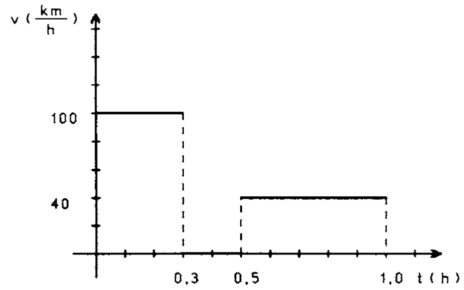
c) PRVO TIJELO JE PREŠLO 4 m I TEK JE ONDA KRENULO DRUGO TIJELO (OČITAJ IZ GRAFIKONA: UOČI TOČKU E KOJA IMA KOORDINATE (4,4) NA VREMENSKOJ OSI BROJ 4 ZNAČI DA JE DRUGO TIJELO TEK KRENULO A NA OSI PUT VIDIMO PUT ŠTO GA JE PRVO TIJELO PREŠLO).

d) DRUGO TIJELO KRENULO JE KASNIJE 4 SEK. (UOČI TOČKU C).

e) DRUGO TIJELO NE MOŽE STIĆI PRVO TIJELO JER OBJE GIBAJU SE JEDNAKIM BRZINAMA JEDNOLIKO.

1.38. GRAF ZADAN U ZBIRCI:





a) CRTANJE GRAFIKONA BRZINE POMOĆU ZADANOG S – t GRAFIKONA.

DA BI NACRTALI GRAFIKON BRZINA POTREBNO JE IZRAČUNATI SVE BRZINE U ZADANOM S – t GRAFIKONU POMOĆU FORMULE $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. U S – t GRAFIKONU IMAMO 3 IZLOMLJENE CRTE OJE PREDSTAVLJAJU 3 RAZLIČITE BRZINE.

$$v_1 = \frac{s_B - s_A}{t_B - t_A} = \frac{30 - 0}{0,3 - 0} = \frac{30}{0,3} = 100 \ km/h$$

$$v_2 = \frac{s_C - s_B}{t_C - t_B} = \frac{30 - 30}{0,5 - 0,3} = \frac{0}{0,2} = 0 \ km/h$$ tijelo miruje

$$v_3 = \frac{s_D - s_C}{t_D - t_C} = \frac{50 - 30}{1,0 - 0,5} = \frac{20}{0,5} = 40 \ km/h$$

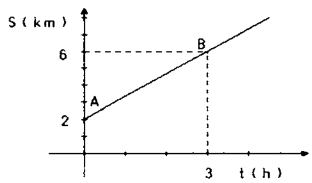
POŠTO SMO IZRAČUNALI BRZINE, NA Y OSI NOVOG KOORDINATNOG SUSTAVA UNESEMO IH PO VELIČINI, A NA X OSI (VREMENSKOJ OSI) PREPIŠEMO VRIJEDNOSTI VREMENA IZ S – t grafa.

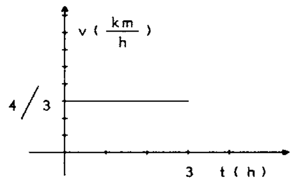
TIJELO SE GIBALO BRZINOM 100 km/h 0,3 SEKUNDE TJ. U RAZDOBLJU OD 0 – 0,3 SEK. TIJELO JE MIROVALO SLJEDEĆIH 0,2 SEK TJ. U VREMENU OD 0,3 – 0,5 SEK.

TIJELO SE GIBALO BRZINOM 40 km/h IDUĆIH 0m,5 SEK TJ U VREMENU OD 0,5 – 1,0 SEK.

b) TIJELO JE U PRVIH 0,5 SATI PREŠAO PUT OD 30 KM. TO SAMO OČITAMO IZ S – t GRAFIKONA.

1.39.





CRTANJE GRAFIKONA BRZINE POMOŽU ZADANOG S – t GRAFIKONA:

POŠTO JE NACRTAN SAMO 1 PRAVAC RIJEČ JE O 1 BRZINI KOJU IZRAČUNAVAMO PO FORMULI $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_B - V_A}{t_B - t_A} = \frac{6 - 2}{3 - 0} = \frac{4}{3} \ km/h$

DOBIVENU VRIJEDNOST BRZINE UNESEMO U KOORDINATIVNI SUSTAV NA Y OS, A VRIJEDNOSTI VREMENA PREPIŠEMO IZ ZADANOG S – t GRAFIKONA, NA X OSI.

ZA PRVA TRI SATA TIJELO JE PREŠLO PUT OD 4 KM, A TO VIDIMO IZ ZADANOG S – t GRAFIKONA $\Delta s = s_B - s_A = 6 - 2 = 4$ km.

1.40.

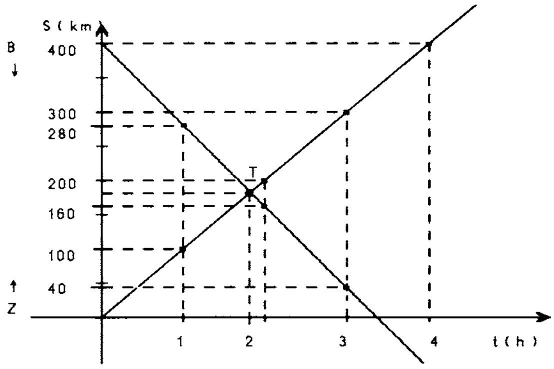
S (ukupan) = 400 km

v_Z = 100 km/h

v_B 120 km/h

mjesto susreta = ?

vrijeme susreta = ?



NACRTAMO KOORDINATNI SUSTAV NA Y OSI OZNAČIMO PUT U KM, A NA X OSI VRIJEME U SATIMA. ZADANE SU NAM BRZINE VLAKOVA. ZAGREBAČKI VLAK VOZI 100 km/h ŠTO ZNAČI DA U 1. SATU PRIJEĐE 100 KM, ZNAČI DA JE NAKON 2 SATA PREŠAO PUT OD 200 KM, NAKON 3 SATA PUT OD 300 KM, A NAKON 4 SATA PUT OD 400 KM.

BEOGRADSKI VLAK VOZI BRZINOM OD 120 km/h ŠTO ZNAČI DA U JEDNOM SATU PRIJEĐE PUT OD 120 KM, NAKON 2 SATA PREŠAO JE 240 KM, A NAKON 3 SATA 360 KM.

VLAKOVI VOZE JEDAN PRMA DRUGOME TJ. BEOGRADSKI IZ BEOGRADA PREMA ZAGREBU, A ZAGREBAČKI IZ ZAGREBA PREMA BEOGRADU.

ZATO SMO U KOORDINATNOM SUSTAVU NA Y OSI OZNAČILI VRIJEDNOSTIMA PUTA ZA ZAGREBAČKI VLAK PO SATIMA PREMA GORE: 100 KM,

200 KM, 300 KM I 400 KM, A ZA BEOGRADSKI PREMA DOLJE PO SAIMA 400 − 120 = 280 KM, 280 KM − 120 KM = 160 KM, 160 − 120 = 40 KM. SJECIŠTEM PRAVACA KROZ DOBIVENE TOČKE DOBILI SMO I MJESTO I VRIJEME SUSRETA (TOČKA T).

RAČUNSKI:

VRIJEME SUSRETA JE ISTO ZA OBA VLAKA TJ. $t_Z = t_B$ FORMULA ZA IZRAČUNAVANJE VREMENA JE $t = \frac{s}{v}$

$t_Z = t_B$

$\frac{s_Z}{v_Z} = \frac{s_B}{v_B}$

$\frac{400 - s_B}{100} = \frac{s_B}{120}$ unakrsno izmnožimo

Sveukupno $= s_Z + s_B$

$400 = s_Z + s_B$

$s_Z = 400 - s_B$

$120\,(400 - s_B) = 100\, s_B \;/ : 100$

$\frac{120(400 - s_B)}{100} = s_B$

$1{,}2\,(400 - s_B) = s_B$

$480 - 1{,}2\, s_B = s_B$

$480 = s_B + 1{,}2\, s_B$

$480 = 2{,}2\, s_B \;/ : 2{,}2$

$\frac{480}{2{,}2} = s_B$

$s_B = 218$ km

TO ZNAČI DA JE BEOGRADSKI VLAK PREŠAO 218 KM DO MJESTA SUSRETA, A ZAGREBAČKI VLAK $s_Z = 400 - s_B = 400 - 218 = 182$ KM, OD ZAGREBA DO MJESTA SUSRETA.

MOŽEMO PROVJERITI DOBIVENI REZULTAT IZRAČUNAVANJEM VREMENA

$t_Z = \frac{s_Z}{v_Z} = \frac{182}{100} = 1{,}82$ h

$t_B = \frac{s_B}{v_B} = \frac{218}{120} = 1{,}82$ h

JEDNOLIKO UBRZANO I JEDNOLIKO USPORENO GIBANJE

OMJER PROMJENE BRZINE I PRIPADNOG VREMENA JE UBRZANJE ILI AKCELERACIJA. KAO I KOD BRZINE AKCELERACIJU ĆEMO ZVATI SREDNJOM $(\bar{a})$, AKO VREMENSKI INTERVAL U KOJEM PROMATRAMO PROMJENU BRZINE NIJE NEIZMJERNO MALI. $\bar{a} = \frac{v}{t}$ SI − JEDINICA ZA AKCELERACIJU JE $\frac{m}{s^2}$.

PRAVA ILI TRENUTNA AKCELERACIJA (a) JE JEDNAKA GRANIČNOJ VRIJEDNOSTI OMJERA INTERVALA BRZINE I INTERVALA VREMENA KADA INTERVAL VREMENA TEŽI PREMA NULI. $a = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t}$

JEDNOLIKO UBRZANO GIBANJE

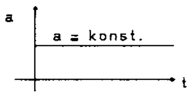
TIJELO SE GIBA JEDNOLIKO UBRZANO KADA U JEDNAKIM VREMENSKIM INTERVALIMA DOBIVA JEDNAKE PRIRASTE U BRZINI (AKCELERACIJA)

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ $\bar{a} = a =$ const. $a = \frac{v}{t}$ $\Delta v = v_2 - v_1$ $\Delta t = t_2 - t_1$ interval vremena = krajnje vrijeme − početno vrijeme

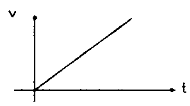
interval vremena = krajnja brzina − početna brzina

OMJER INTERVALA BRZINE I INTERVALA VREMENA UVIJEK JE JEDNAK.

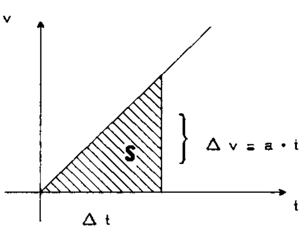
GRAFIČKI PRIKAZ OVISNOSTI AKCELERACIJE KAO FUNKCIJE VREMENA ZA JEDNOLIKO UBRZANO GIBANJE JE PRAVAC KOJI JE PARALELAN S S VREMENSKOM OSI.



GRAFIČKI PRIKAZ OVISNOSTI BRZINE O VREMENU ZA JEDNOLIKO UBRZANO GIBANJE JE PRAVAC KOJI PROLAZI ISHODIŠTEM.



ODREDJIVANJE PUTA KOD JEDNOLIKOG UBRZANOG GIBANJA − GRAFIČKOM METODOM:



POVRŠINA PRAVOKUTNOG TROKUTA IZNOSI $P = \frac{a \cdot b}{2}$. KADA TO IZRAČUNAMO POMOĆU FIZIČKIH VELIČINA KOJE U PREDSTAVLJENE NA GRAFIKONU, DOBIVAMO:

$s = \frac{(t - 0) \cdot v}{2} = \frac{t \cdot v}{2} = \frac{t \cdot a \cdot t}{2} = \frac{a}{2} t^2$ PUT ŠTO GA PRIJEDJE TIJELO ZA VRIJEME t, GIBAJUĆI SE OD POČETKA GIBANJA JEDNOLIKO UBRZANO JEDNAK JE UMNOŠKU POLOVICE AKCELERACIJE I KVADRATU PROTEKLOG VREMENA, tj.

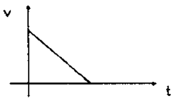
$s = \frac{a}{2} t^2$

JEDNOLIKO USPORE NO GIBANJE

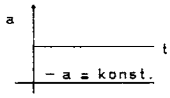
JEDNOLIKO USPORENO GIBANJE JE GIBANJE KOD KOJEG TIJELO U JEDNAKIM VREMENSKIM INTERVALIMA IMA JEDNAKE GUBITKE U BRZINI.

$\bar{a} = a = const$ AKO SE TIJELO GIBA JEDNOLIKO USPOREDNO, AKCELERACIJA JE NEGATIVNA.

GRAFIČKI PRIKAZ OVISNOSTI BRZINE O VREMENU ZA JEDNOLIKO USPORENO GIBANJE JE PRAVAC (KOSI)



GRAFIČKI PRIKAZ OVISNOSTI AKCELERACIJE KAO FUNKCIJE VREMENA ZA JEDNOLIKO USPORENO GIBANJE JE PRAVAC PARALELAN S VREMENSKOM OSI.



ZA JEDNOLIKO UBRZANO I JEDNOLIKO USPORENO GIBANJE VRIJEDE IZRAZI: (BEZ POČETNIH BRZINA)

$a = \frac{v}{t}$ $S = v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$ $v^2 = v_0^2 + 2as$

v_0 = POČETNA BRZINA (m/s)

v = BRZINA (ILI UKUPNA BRZINA) (m/s)

S = PUT (m)

t = VRIJEME (s)

a = AKCELERACIJA (m/s^2 ILI km/h^2)

U PRIRODI ČESTO NAILAZIMO NA JEDNOLIKO UBRZANO GIBANJE, KOJE NAZIVAMO SLOBODNI PAD. KAŽEMO DA TIJEO SLOBODNO PADA KADA SE NALAZI U BLIZINI ZEMLJANE POVRŠINE GIBA POD UTJECAJEM SAMO PRIVLAČNE SILE ZEMLJE. AKCELERACIJA SVAKOG TIJELA KOJE SLOBODNO PADA IZNOSI 9,81 m/s^2 NA 45° GEOGRAFSKE ŠIRINE ZEMLJE PRI POVRŠINI MORA. OZNAČAVAMO JE S g I ZOMEMO AKCELERACIJOM SILE TEŽE ZEMLJE. IZRAZI ZA SLOBODNI PAD GLASE:

$v = g \cdot t$ $S = \frac{g}{2} t^2$ $v^2 = 2gS$

FORMULE KOJE KORISTIMO :

– UBRZANO I USPORENO GIBANJE BEZ POČETNIH BRZINA

$a = \frac{v}{t}$ $v = a \cdot t$ $t = \frac{v}{a}$

$S = \frac{a}{2} t^2$ $a = \frac{2 \cdot S}{t^2}$ $t = \sqrt{\frac{2 \cdot S}{a}}$

$v^2 = 2 \cdot a \cdot S$ $v = \sqrt{2 \cdot a \cdot S}$ $a = \frac{v^2}{2 \cdot S}$ $S = \frac{v^2}{2 \cdot a}$

– SLOBODAN PAD

$g = \frac{v}{t}$ $v = g \cdot t$ $t = \frac{v}{g}$

$S = \frac{g}{2} t^2$ $t = \sqrt{\frac{2 \cdot S}{g}}$

$v^2 = 2 \cdot g \cdot S$ $S = \frac{v^2}{2 \cdot g}$

– UBRZANO I USPORENO GIBANJE SA POČETNOM BRZINOM v_0

$v = v_0 + a \cdot t$ $v_0 = v - a \cdot t$ $t = \frac{v - v_0}{a}$ $a = \frac{v - v_0}{t}$

$S = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} t^2$ $a = \frac{2(S - v_0 \cdot t)}{t^2}$

$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot S$ $v_0^2 = v^2 - 2 \cdot a \cdot S$ $a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot S}$ $S = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a}$

1.41. $t = 3\ min = 3 \cdot 60 = 180\ s = 3\ min : 60 = 0{,}05\ h$

$v = 56{,}2\ km/h = 56{,}2 \cdot \frac{1000}{3600}\ 15{,}61\ m/s$

$\bar{v} = ?$ km/h^2, m/s^2

$\bar{a} = \frac{v}{t} = \frac{15{,}61}{180} = 0{,}0867\ m/s^2$

$\bar{a} = \frac{v}{t} = \frac{56{,}2}{0{,}05} = 1124\ km/h^2$

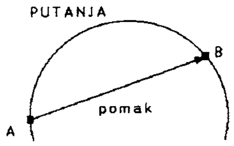
SLOŽENA GIBANJA

DO SADA SMO PROMATRALI JEDNOSTAVNA GIBANJA, NPR. GIBANJE POD UTJECAJEM JEDNE STALNE SILE ILI GIBANJE NASTALO JEDNIM IMPULSOM SILE.

KAŽEMO: GIBANJE JE TIJELA SLOŽENO AKO TIJELO VRŠI ISTODOBNO DVA ILI VIŠE JEDNOSTAVNIH GIBANJA.

PRI TAKVU GIBANJU VRIJEDI PRINCIP NEZAVISNOSTI GIBANJA KOJI GLASI:

AKO TIJELO VRŠI ISTOVREMENO DVA (ILI VIŠE) GIBANJA, TADA JE TOČKA U KOJU TIJELO TIM GIBANJEM STIGNE NEOVISNA O TOME DA LI SE GIBANJA VRŠE ISTOVREMENO ILI TIJELO NAJPRIJE IZVRŠI SAMO JEDNO GIBANJE, A AZTIM NEOVISNO O TOM GIBANJU, DRUGO GIBANJE U JEDNAKOM VREMENSKOM INTERVALU. SLOŽENA GIBANJA MOGU BITI PRAVOCRTNA (NPR. HITAC PREMA DOLJE I VERTIKALAN HITAC) I KRIVOCRTNA (NPR. HORIZONTALNI I KOSI HITAC).

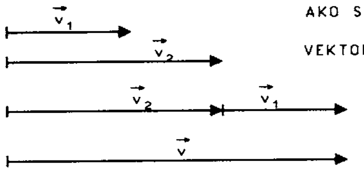


KADA TIJELO IZ TOČKE A DODJE U TOČJU B, TADA JE VEKTOR $\vec{AB}$ NJEGOV POMAK BEZ OBZIRA NA TO KAKO JE TIJELO PUTOVALO IZ A U B. PRI JEDNOSTAVNOM PRAVOCRTNOM GIBANJU POMAK JE JEDNAK PUTU A PRI OPćENITOM SE GIBANJU POMAK I PUT MOGU RAZLIKOVATI.

PRI SLOŽENOM GIBANJU REZULTANTNI VEKTOR POMAKA, BRZINE I AKCELERACIJE DOBIVA SE KAO VEKTORSKI ZBROJ ODGOVARAJUćIH VELIČINA GIBANJA OD KOJIH JE TO GIBANJE SLOŽENO.

1. AKO VEKTORI KOMPONENATA LEŽE NA ISTOM PRAVCU, ZBRAJAJU SE ALGEBARSKI:

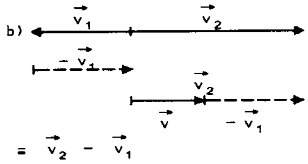
a)



$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$

AKO SU U ISTOM SMJERU VEKTORE ZBROJIMO

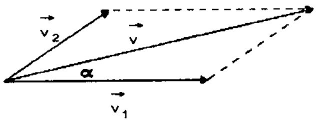
b)

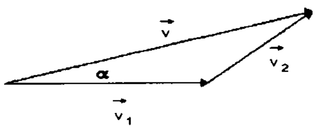


$\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$

AKO SU U SUPROTNIM SMJEROVIMA ONDA VEKTORE ODUZMEMO. VELIČINA REZULTANTE JEDNAKA JE RAZLICI KOMPONENATA, A SMJER JOJ JE ISTI KAO I SMJER VEćE KOMPONENTE.

2. KADA NA TIJELO ISTOVREMENO DJELUJU U ISTOJ TOČKI DVIJE BRZINE POD NEKIM KUTEM, REZULTANTU DOBIVAMO KONSTRUKCIJOM PARALELOGRAMA SILA ILI TROKUTA SILA.





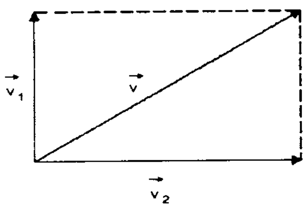
F_R = REZULTIRAJUČA SILA

$\vec{v}$ ILI v_R ILI v = REZULTIRAJUČA BRZINA

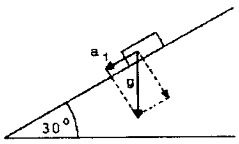
a) $\alpha = 90^\circ$

$v_R = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$

$v_R^2 = v_1^2 + v_2^2$



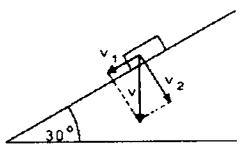
b) $\alpha = 30^\circ$



POMOćU TRIGONOMETRIJE

$a = g \cdot \sin 30^\circ$

$a = g \cdot 0{,}5 = \frac{g}{2}$



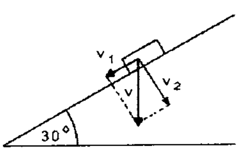
$v_2 = v \cdot \sin 30^\circ$

$v_2 = v \cdot 0{,}5$

$v_1 = v \cdot \cos 30^\circ$

$v_1 = v \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

– ZA BRZINU OBJAŠNJENJE GRAFIČKIH PRIKAZA ZA KUT OD 30° PO SLIKAMA:



SLIKA 1.

– NACRTAMO KUT OD 30°. NA KUTU OZNAČIMO NEKO TIJELO I NACRTAMO KOMPONENTU v_1 KOJA IDE NIZ KOSINU, I KOMPONENTU v_2 KOJA JE OKOMITA NA KOMPONENTU v_1. NACRTAMO NJIHOV PARALELOGRAM I DOBIJEMO REZULTANTU v. DOBILI SMO DVA PRAVOKUTNA TROKUTA KOJI IMAJU KUTEVE OD 30° I 60°.

DOBIJEMO PARALELOGRAM BRZINA, A REZULTIRAJUŽA BRZINA v JE VEKTORSKI ZBROJ TIH BRZINA.

1.139. ZADATAK RJEŠAVAMO I RAČUNSKI I GRAFIČKI (SMJER AVIONA)

BRZINA AVIONA PREMA ZRAKU v_1 JE STVARNA BRZINA AVIONA, BEZ UTJECAJA VJETRA.

BRZINA VJETRA JE v_2 KOJI PUŠE SA ISTOKA.

$v_1 = 720\ ^{km}/_{h} = 200\ \frac{m}{s}$

$v_2 = 20\ \frac{m}{s}$

---

v (rezultanta) = ?

smjer aviona = ?

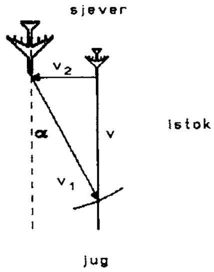
Mjerilo: M 10 : 1

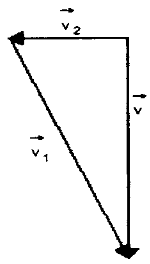
$10\ \frac{m}{s} = 1$ cm

TO ZNAČI DA BRZINU v_1 CRTAMO KAO VEKTOR OD 20 cm, A BRZINU v_2 KAO VEKTOR OD 2 cm. REZULTANTU BRZINU v MOŽEMO IZMJERITI RAVNALOM, RJEŠENJE SMO DOBILI U cm KOJE POMNOŽIMO SA 10 I DOBIJEMO VRIJEDNOSTI BRZINE.

a) AVION ŽELI LETJETI PREMA JUGU.

v (BRZINA AVIONA REZULTANTNA)





GRAFIČKI: PRVO NACRTAMO BRZINU v_2 KAO VEKTOR $\vec{v}_2$ KOJI IZNOSI 2 cm. ZATIM OKOMITO NA HVATIŠTE VEKOTR $\vec{v}_2$ POVUČEMO PRAVAC KOJI ŽE PREDSTAVLJATI REZULTANTNU BRZINU $\vec{v}$. U ŠESTAR UZMEMO DUŽINU VEKTORA $\vec{v}_1$ = 20 cm I STAVIMO GA U VRH VEKTORA $\vec{v}_2$ I ZAROTIRAMO. GDJE ŠESTAR SJEČE PRAVAC v TU JE VRH $\vec{v}$. IZMJERIMO VEKTOR $\vec{v}$ = 19,9 cm ŠTO ZNAČI DA BRZINA REZULTANTNA v = 19,9 · 10 (ZBOG MJERILA U KOJEM SMO CRTALI) = 199 $^{m}/_{s}$ KUT α TJ. SMJER AVIONA IZMJERIMO KUTOMJEROM. AVION IMA SMJER PREMA JUGOISTOKU.

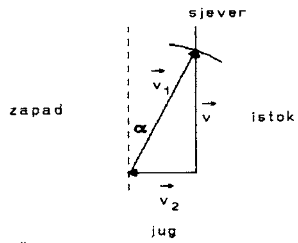
RAČUNSKI: IZ SKICE VIDIMO DA REZULTANTNA BRZINA PREDSTAVLJA JEDNU OD KATETA PRAVOKUTNOG TROKUTA, A BRZINA AVIONA v_1 HIPOTENUZU. ZATO KORISTIMO PITAGORIN TEOREM O PRAVOKUTNOM TROKUTU.

$v_1^2 = v^2 + v_2^2$

$v = \sqrt{v_1^2 - v_2^2} = \sqrt{200^2 - 20^2} = \sqrt{40\ 000 - 400} = \sqrt{39\ 600} =$

$= 198{,}99 = 199\ \frac{m}{s}$

b) AVION ŽELI LETJETI PREMA SJEVEU = NA ISTI NAČIN KAO U ZADATKU a) RIJEŠIMO I RAČUNSKI I GRAFIČKI, SAMO SLIKA IZGLEDA OVAKO:

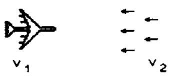


$v = \sqrt{v_1^2 - v_2^2} = \sqrt{200^2 - 20^2} = \sqrt{40\ 000 - 400} = \sqrt{39\ 600} =$

$= 198{,}99 = 199\ \frac{m}{s}$

KUT α = 5°, SMJER AVIONA PREMA SJEVEROISTOKU.

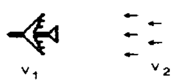
c) AVION ŽELI LETJETI PREMA ISTOKU



$v = v_1 - v_2 = 200 - 20 = 180\ \frac{m}{s}$

SMJER AVIONA JE PREMA ISTOKU.

d) AVION ŽELI LETJETI PREMA ZAPADU



$v = v_1 + v_2 = 200 + 20 = 220\ \frac{m}{s}$

SMJER AVIONA JE PREMA ZAPADU.

1.140. $v_1 = 400\ ^{km}/_{h}$

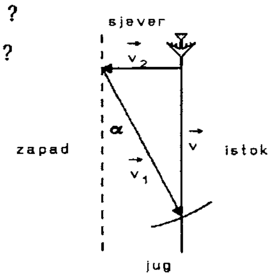
S = 800 km

$v_2 = 50\ ^{km}/_{h}$

---

v = ?

t = ?



BRZINA AVIONA S OBZIROM NA ZRAK v_1 JE STVARNA BRZINA AVIONA.

BRZINA VJETRA v_2 KOJI PUŠE SA ISTOKA.

PRVO MORAMO IZRAČUNATI REZULTANTNU BRZINU v. GLEDAJ OBJAŠNJENJE GRAFIČKOG I RAČUNSKOG DIJELA ZADATKA U ZADATKU BROJ. **1.139.**

VIDIMO IZ CRTEŽA DA JE REZULTANTNA BRZINA v JEDNA OD KATETA PRAVOKUTNOG TROKUTA. ZATO ZADATAK RJEŠAVAMO POMOćU PITAGORINOG TEOREMA.

$v = \sqrt{v_1^2 - v_2^2} = \sqrt{400^2 - 50^2} = \sqrt{160\ 000 - 2500} = \sqrt{157\ 500} = 396{,}9 =$

$= 397\ ^{km}/_{h}$

1.150. $\alpha = ?$

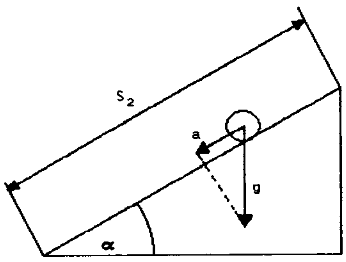
$t_2 = 5 \cdot t_1$

S_1 = VISINA KOSINE

S_2 = DULJINA KOSINE

g = AKCELERACIJA SILE TEŽE

a = AKCELERACIJA KOJA TIJELO DOBIJE GIBANJEM NIZ KOSINU



VIDIMO IZ SLIKE DA SU TROKUTI SLIČNI PA MOŽEMO STAVITI U OMJER

$a : S_1 = g : S_2$

$a \cdot S_2 \quad g \cdot S_1 \;/ : S_2$

$a = g \cdot \frac{S_1}{S_2}$

PUT ZA SLOBODNI PAD $S_1 = \frac{g}{2} t_1^2$

PUT ZA KOSINU $S_2 = \frac{a}{2} t_2^2$

ZATO IZ $S_1 = \frac{g}{2} t^2$, I $S_2 = \frac{a}{2} t^2$, PROIZLAZI DA JE S_1 I $S_2 = t_1$ I $t_2 = 1:5$. AKO NACRTAMO KOSINU S ODGOVARAJUĆIM ODNOSOM DULJINE I VISINE , MOŽEMO IZMJERITI KUT $\alpha = 12°$.

RAČUNSKI: $a = g \cdot \sin\alpha$, $S_1 = \frac{g}{2} t_1^2$. $S_2 = \frac{a}{2} t_2^2$. $t_1^2 = \frac{2 \cdot S_1}{g}$. $t_2^2 = \frac{2 \cdot S_2}{g \cdot \sin\alpha}$. $t_2 = 5\, t_1$

$\sin\alpha = 0{,}2$

$\alpha = 11{,}5°$

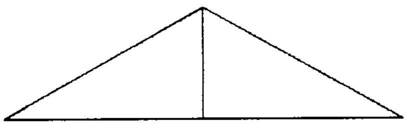
1.151. $\alpha = ?$

stranica a baza = b

t = najkraće vrijeme

$S = \frac{a}{2} t^2 \qquad t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$

KROV

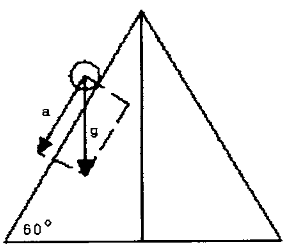


POKUŠAT ĆEMO RIJEŠITI NA 2 NAČINA – PRVI, AKO KROV IMA OBLIK JEDNAKOSTRANIČNOG TROKUTA GDJE JE KUT $\alpha = 60°$

– DRUGI AKO KROV IMA OBLIK JEDNAKOKRAČNOG TROKUTA GDJE JE KUT $\alpha = 45°$

PRVI NAČIN – JEDNAKOSTRANIČAN TROKUT

SLIKA 1



SLIKA 1

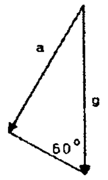
DOBILI SMO DVA PRAVOKUTNA TROKUTA SA KUTEVIMA 90°,30° I 60°

– JEDAN TROKUT IZVADIMO VAN (SLIKA 2)

– NA TAJ TROKUT NADODAMO ISTO TAKAV DA BI DOBILI JEDNAKOSTRANIČAN TROKUT SA STRANICOM g $\quad g = 10 \frac{m}{s^2}$ (SLIKA 3)

IZ SLIKE 3 VIDIMO DA JE VISINA $a = \frac{g\sqrt{3}}{2} = \frac{10 \cdot 1{,}73}{2} = 8{,}65 \, m/s$

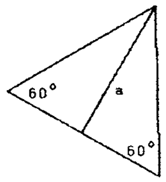
SLIKA 2



UBACIMO U FORMULU ZA VRIJEME $t^2 = \frac{2S}{a} = \frac{2S}{8.65} =$

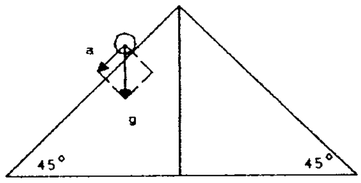
$t = \sqrt{0.2 \cdot S} = \sqrt{0.2} \cdot \sqrt{S} = 0.45 \cdot \sqrt{S}$

SLIKA 3



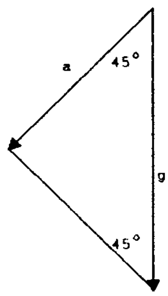
DRUGI NAČIN – JEDNAKOKRAČAN TROKUT

SLIKA 1.



– DOBILI SMO DVA JEDNAKOKRAČNA PRAVOKUTNA TROKUTA.

SLIKA 2.



KOD JEDNAKOKRAČNOG TROKUTA ČIJE SU 2 STRANICE JEDNAKE A KUT IZMEDJU TIH DVIJU STRANICA JE PRAVI, MOŽEMO IZRAČUNATI POMOćU PITAGORINOG TEOREMA.

HIPOTENUZA ^{2} = KATETA$_1^2$ + KATETA$_2^2$

POŠTO SU NAM KATETE JEDNAKE MOŽEMO PISATI I OVAKO

HIPOTENUZA ^{2} = 2 KATETA ^{2}

$g^2 = \cdot a^2$

$100 = 2 \cdot a^2 / :2$

$50 = a^2 / \sqrt{\ }$

$a = \sqrt{50} = 7.07 \frac{m}{s}$

$a = \sqrt{25 \cdot 2}$

$a = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2}$

$a = 5\sqrt{2}$

UBACIMO U FORMULU ZA VRIJEME $t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot S}{7.07}} = \sqrt{0.28 \cdot S} = 0.53 \cdot \sqrt{S}$

AKO USPOREDIMO VRIJEME DOBIVENO U PRVOM I DRUGOM SLUČAJU VIDIMO DA JE KOD KROVA KOJI IMA KUT OD 45° VODA BRŽE PALA SA NJEGA.

1,152. $g = 9.81 m/s$ kosina

$\alpha = 32°$

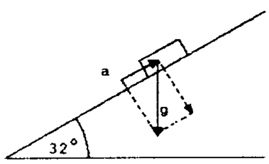
$v_0 = 30 \frac{m}{s}$

---

a) $S = ?$

$t = ?$ uspinjanja

b) $t = ?$ povratka



a) JEDINO MOŽEMO RIJEŠITI TRIGONOMETRIJOM, ZNAMO DA

$a = g \cdot \sin$

$a = 9.81 \cdot \sin 32° = 9.81 \cdot 0.53 = 5.1993 = 5.2 \frac{m}{s^2}$

$v = v_0 - a \cdot t$ za $v = 0$ $v_0 = a \cdot t$

$t = \frac{v_0}{a} = \frac{30}{5.2} = 5.8$ sek

$S = v_0 \cdot t - \frac{a}{2} \cdot t^2 = 30 \cdot 5.8 - \frac{5.2}{2} \cdot 5.8^2 = 174 - 87.464 = 86.536 = 86.5$ m

$t = 5.8$ sek VRIJEME USPINJANJA JEDNAKO JE VREMENU POVRATKA.

1.153. VERTIKALAN HITAC

$t_0 = 20$ sek

$g = 9.81 \frac{m}{s^2}$

$v_0 = ?$

t_0 = VRIJEME TRAJANJA HICA

$t_0 = 2\ t_H$

$t_H = \frac{t_0}{2} = \frac{20}{2} = 10$ sek JE VRIJEME USPINJANJA ILI VRIJEME PADANJA

$t_H = \frac{v_0}{g}$ $v_0 = t_H \cdot g = 10 \cdot 9.81 = 98.1 \frac{m}{s}$

IZ CRTEŽA JE VIDLJIVO DA JE: $\sin\alpha = \frac{L/2}{L} = \frac{L}{2}$ $\quad \alpha = 30^o$

VERTIKALNA KOMPONENTA TE BRZINE $v_v = v \cdot \cos\alpha = v \cdot \cos 30^o = v \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{g \cdot L \cdot 3}}{2}$

VERTIKALNA KOMPONENTA BRZINE KOJOM SE KUGLICA ODBIJA TAKODJER JE $v \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3 \cdot g \cdot L}}{2}$

TAKO ĆEMO VISINU h DO KOJE ĆE KUGLICA ODSKOČITI DOBITI IZ IZRAZA:

$$\frac{m v_v^2}{2} = m \cdot g \cdot h$$

$v_v^2 = 2\,g\,h$ UVRSTIMO VRIJEDNOST VERTIKALNE KOMPONENTE TE DOBIVAMO

$$\left(\frac{\sqrt{3 \cdot g \cdot L}}{2}\right)^2 = 2\,g\,h$$

$$\frac{3\,g \cdot L}{4} = 2\,g\,h \;/\cdot 4$$

$$3\,g \cdot L = 8\,g\,h$$

$$h = \frac{3 \cdot L}{8}$$

1.265. ELASTIČAN SUDAR

$L_1 = 10$ cm

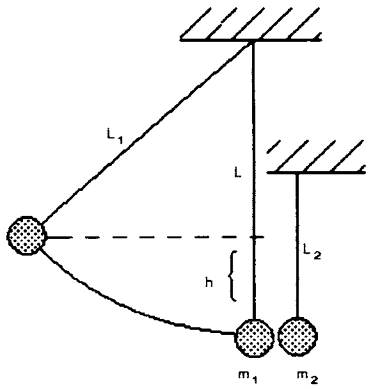
$L_2 = 6$ cm

$m_1 = 8$ g

$m_2 = 20$ g

$\alpha = 60^o$

$\alpha_1 = ?$ $\quad \alpha_2 = ?$



PRIJE SUDARA

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 v_2'$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 \cdot v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \;/\cdot 2$$

BRZINA $v_2 = 0$ JER KUGLICA MASE m_2 MIRUJE PRIJE SUDARA, PA IMAMO:

1. $m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot v_1' + m_2 v_2'$

$$m_1 v_1^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 \;/\, m_1$$

$$v_1^2 = v_1'^2 + \frac{m_2}{m_1} \cdot v_2'^2$$

$$v_1^2 = v_1'^2 + \frac{20}{8} \cdot v_2'^2$$

$$v_1^2 = v_1'^2 + 2{,}5 \cdot v_2'^2$$

2. $m_1 v_1 = m_1 \cdot v_1' + m_2 v_2' \;/ : m_1$

$$v_1 = v_1' + \frac{m_2}{m_1} \cdot v_2'$$

$$v_1 = v_1' + \frac{20}{8} \cdot v_2'$$

$$v_1 = v_1' + 2{,}5 \cdot v_2'$$

$$v_1' = v_1 - 2{,}5 \cdot v_2'$$

UVRSTIMO U $v_1'^2$ NJEGOVU VRIJEDNOST $\quad v_1'^2 = v_1 - 2{,}5 \cdot v_2'$

$(v_1 - 2{,}5\, v_2') = v_1^2 - 5 \cdot v_1 \cdot v_2' + 6{,}25 \cdot v_2'^2$ UBACIMO U JEDNADŽBU

$$V_1^2 = V_1^2 - 5 \cdot V_1 \cdot V_2' + 6{,}25\, V_2'^2 + 2{,}5 \cdot V_2'^2$$

$$5 \cdot V_1 \cdot V_2' = 8{,}75\, V_2'^2 \;/\, 5 \cdot V_2'$$

$$V_1 = 1{,}75 \cdot V_2'$$

BRZINU v_1 MOŽEMO ODREDITI IZ $\quad m \cdot g \cdot h = \frac{m v_1^2}{2}$ $\quad$ I $\quad h = L_1 - L = L_1 - L_1 \cos 60 = 10 - 10 \cdot 0{,}5 = 10 - 5 = 5$ cm $= 0{,}05$

$$2 \cdot 10 \cdot 0{,}05 = v_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{1} = 1\ ^m/_s$$

$v_1 = 1{,}75 \cdot v_2'$

$1 = 1{,}75 \cdot v_2' \;/ : 1{,}75$

$v_2' = 0{,}57\ ^m/_s$

$v_1' = v_1 - 2{,}5 \cdot v_2'$

$v_1' = 1 - 2{,}5 \cdot 0{,}57 = 1 - 1{,}425 = -0{,}425\ ^m/_s$

2.3. Rastavljanje na faktore

11.

1.) $$2ab+4a+b^2+2b = 2\cdot a\cdot b+2\cdot 2\cdot a+b\cdot b+2\cdot b =$$
$$= 2a\cdot(b+2)+b\cdot(b+2) =$$
$$= 2a\cdot\underline{(b+2)}+b\cdot\underline{(b+2)} =$$
$$= (b+2)\cdot(2a+b)$$

Dodatno objašnjenje : $$2ab+4a+b^2+2b = \underbrace{\overset{1.}{\overset{\downarrow}{2\cdot a\cdot b}}+\overset{2.}{2\cdot 2\cdot a}}_{\text{U prva dva člana Z.F. je: } 2a}+\underbrace{\overset{3.}{b\cdot b}+\overset{4.\text{ član zadanog izraza}}{\overset{\downarrow}{2\cdot b}}}_{\text{Trećem i četvrtom članu Z.F. je: b}} =$$

2.) $$6ab+9a+4b+6 = \underbrace{3\cdot 2\cdot a\cdot b+3\cdot 3\cdot a}_{\downarrow}+\underbrace{2\cdot 2\cdot b+2\cdot 3}_{\downarrow} =$$
$$= 3a\cdot(2b+3) \quad + \quad 2\cdot(2b+3) =$$
$$= 3a\cdot\underline{(2b+3)}+2\cdot\underline{(2b+3)} =$$
$$= (2b+3)\cdot(3a+2)$$

12.

Ovdje prvi put susrećemo šesteročlani izraz , Z.F. izlučujemo prvo iz dva po dva člana ... pa dalje već poznatim putem...

1.) $$a^3-2ab-a^3b+2ab^2+a^2b-2b^2 = \underbrace{a\cdot a^2-2\cdot a\cdot b}_{\downarrow}\underbrace{-a\cdot a^2\cdot b+2\cdot a\cdot b\cdot b}_{\downarrow}+\underbrace{a^2\cdot b-2\cdot b\cdot b}_{\downarrow} =$$
$$= a\cdot(a^2-2b) \quad -ab\cdot(a^2-2b) \quad +b\cdot(a^2-2b) =$$
$$= a\cdot\underline{(a^2-2b)}-ab\cdot\underline{(a^2-2b)}+b\cdot\underline{(a^2-2b)} =$$
$$= (a^2-2b)\cdot(a-ab+b)$$

13.

Kod ovog zadatka podrazumjevam da smo do sada svladali izlučivanje zajedničkog faktora Z. F. pa ću taj dio posla raditi malo skraćenim načinom ustvari onako kako to radite u školi

1.) $(2a-1)(a+2)^2 - 8a(2a-1) =$ $\rightarrow$ izlučimo Z. F. $(2a-1)$

$= (2a-1)\cdot\left((a+2)^2 - 8a\right) =$

$= (2a-1)\cdot\left(a^2 + 2\cdot a\cdot 2 + 2^2 - 8a\right) =$

$= (2a-1)\cdot\left(a^2 + 4a + 4 - 8a\right) =$

$= (2a-1)\cdot\left(a^2 - 4a + 4\right) =$

$= (2a-1)\cdot\left(a^2 - 2\cdot a\cdot 2 + 2^2\right) =$ $\rightarrow$ u drugoj zagradi treba prepoznati kvadrat razlike

$= (2a-1)\cdot(a-2)^2$

2.) $(a-2)(a-1)^2 + 4a(a-2) =$ $\rightarrow$ izlučimo Z. F. $(a-2)$

$= (a-2)\cdot\left[(a-1)^2 + 4a\right] =$

$= (a-2)\cdot\left(a^2 - 2a + 1 + 4a\right) =$

$= (a-2)\cdot\left(a^2 + 2a + 1\right) =$

$= (a-2)\cdot(a+1)^2$

$a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2$

14.

$$A^2 \quad - \quad B^2 = (A-B)\cdot(A+B)$$

$$\updownarrow \qquad \updownarrow$$

$\rightarrow$ prepoznaj razliku kvadrata i rastavi je na zaktore...

1.) $(a^2+b^2)^2 - 4a^2b^2 = (a^2+b^2)^2 - (2ab)^2 =$

$= (a^2+b^2-2ab)\cdot(a^2+b^2+2ab) =$

$= (a^2-2ab+b^2)\cdot(a^2+2ab+b^2) =$

$\downarrow br.(3) \qquad \downarrow br.(1)$ $\rightarrow$ Prepoznaj formule br. (3) i (1)

$= (a-b)^2 \quad \cdot \quad (a+b)^2 =$

$= (a-b)^2\cdot(a+b)^2$

17.

1.) $$4a^2b^2-4b^2-a^2+1=\underbrace{4\cdot a^2\cdot b^2-4\cdot b^2\cdot 1}_{\downarrow}\;\underbrace{-1\cdot a^2-1\cdot(-1)}_{\downarrow}=$$ $\to$ **pregrupiraj i izluči Z.F. ...**

$$=4b^2\cdot\left(a^2-1\right)\quad -1\cdot\left(a^2-1\right)=$$ $\to$ **izlučimo Z.F. $\left(a^2-1\right)$**

$$=\left(a^2-1\right)\cdot\left(4b^2-1\right)=$$

$$=\left(a^2-1^2\right)\cdot\left(\left(2b\right)^2-1^2\right)=$$

$$=\left(a-1\right)\cdot\left(a+1\right)\cdot\left(2b-1\right)\cdot\left(2b+1\right)$$

2.) $$a^2b^2-4a^2-4b^2+16=a^2\cdot b^2-4\cdot a^2-4\cdot b^2-4\cdot\left(-4\right)=$$ $\to 16=\left(-4\right)\cdot\left(-4\right)$

$$=a^2\cdot\left(b^2-4\right)-4\cdot\left(b^2-4\right)=$$

$$=\left(b^2-4\right)\cdot\left(a^2-4\right)=$$

$$=\left(b^2-2^2\right)\cdot\left(a^2-2^2\right)=$$

$$=\left(b-2\right)\cdot\left(b+2\right)\cdot\left(a-2\right)\cdot\left(a+2\right)$$

2.4. algebarski razlomci

3.

1.) $$\frac{a^2-16}{3a^2+12a}=\frac{a^2-4^2}{3\cdot a\cdot a+3\cdot 4\cdot a}=\frac{(a-4)\cdot(a+4)}{3\cdot a\cdot(a+4)}=\frac{a-4}{3a}$$

Prepoznaj razliku kvadrata i rastavi je na faktore

$$\downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$$

2.) $$\frac{2a^2-18}{4a^2+12a}=\frac{2\cdot a^2-2\cdot 9}{4\cdot a\cdot a+4\cdot 3\cdot a}=\frac{2\cdot(a^2-9)}{4\cdot a\cdot(a+3)}=\frac{2\cdot(a^2-3^2)}{2\cdot 2\cdot a\cdot(a+3)}=\frac{(a-3)(a+3)}{2\cdot a\cdot(a+3)}=\frac{a-3}{2a}$$

3.) $$\frac{3a^2-27}{4a^2-12a}=\frac{3\cdot a^2-3\cdot 9}{4\cdot a\cdot a-4\cdot 3\cdot a}=\frac{3\cdot(a^2-9)}{4\cdot a\cdot(a-3)}=\frac{3\cdot(a^2-3^2)}{4\cdot a\cdot(a-3)}=\frac{3\cdot(a-3)\cdot(a+3)}{4\cdot a\cdot(a-3)}=\frac{3\cdot(a+3)}{4a}$$

4.) $$\frac{a^3-25a}{2a^2-10a}=\frac{a^1\cdot a^2-25\cdot a}{2\cdot a\cdot a-2\cdot 5\cdot a}=\frac{a\cdot(a^2-25)}{2\cdot a\cdot(a-5)}=\frac{(a^2-5^2)}{2\cdot(a-5)}=\frac{(a-5)\cdot(a+5)}{2\cdot(a-5)}=\frac{a+5}{2}$$